

GSMAC-MHD 開発（温度場追加）報告

[概要]

電磁流体プログラム GSMAC-MHD に、熱エネルギー（移流拡散）方程式を連成することで温度場を追加し、二、三の計算を行った。

[追加事項]

1. 熱エネルギー方程式の追加

熱エネルギー方程式を Galerkin 法によって離散化した以下を追加した。

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \Delta t \left[M_{ij} \right]^{-1} \left\{ -\frac{\Delta t}{2} B_{ij} T_j^n - A_{ij} T_j^n - \frac{1}{\text{Pr Re}} D_{ij} T_j^n + \frac{1}{\rho c_v} \left(F_i^{(fric)} + F_i^{(Joule)} \right) + L_i \right\}$$

温度 T について、陽的に時間進行させ、安定化のため BTD 項を加えている。下付添字 i, j, l は節点番号を表わし、上付添字 n は時間ステップを表わす。 ρ 、 c_v はそれぞれ密度、定積比熱である。各々の変数について以下に示す。

$$M_{ij} = \int_{\Omega_{MHD}} N_i N_j d\Omega$$

$$B_{ij} = \int_{\Omega_{MHD}} (\mathbf{v}_e \cdot \nabla N_i) (\mathbf{v}_e \cdot \nabla N_j) d\Omega$$

$$A_{ij} = \int_{\Omega_{MHD}} N_i \mathbf{v}_e \cdot (\nabla N_j) d\Omega$$

$$D_{ij} = \int_{\Omega_{MHD}} (\nabla N_i) \cdot (\nabla N_j) d\Omega$$

$$F_i^{(fric)} = 2\mu \int_{\Omega_{MHD}} N_i \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_e^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_e^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)_e^2 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_e + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_e \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_e + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_e \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_e + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_e \right)^2 \right] d\Omega$$

$$F_i^{(Joule)} = \sigma \int_{\Omega_{MHD}} N_i \left[-(\nabla \phi)_e - \frac{\Delta \mathbf{A}_e}{\Delta t} + \mathbf{v}_e \times (\nabla \times \mathbf{A})_e \right]^2 d\Omega$$

$$L_i = \oint_{\Gamma_{MHD}} N_i \left\{ \frac{1}{\text{Pr Re}} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{v}^2 \right\} \frac{\partial T^n}{\partial n} d\Gamma$$

N_i は形状関数、下付添字 e は要素内一定を表わす。ここで、

$\mathbf{v} = (u, v, w)$: 速度

μ : 粘性率

σ : 電気伝導度

ϕ : スカラーポテンシャル (電位)

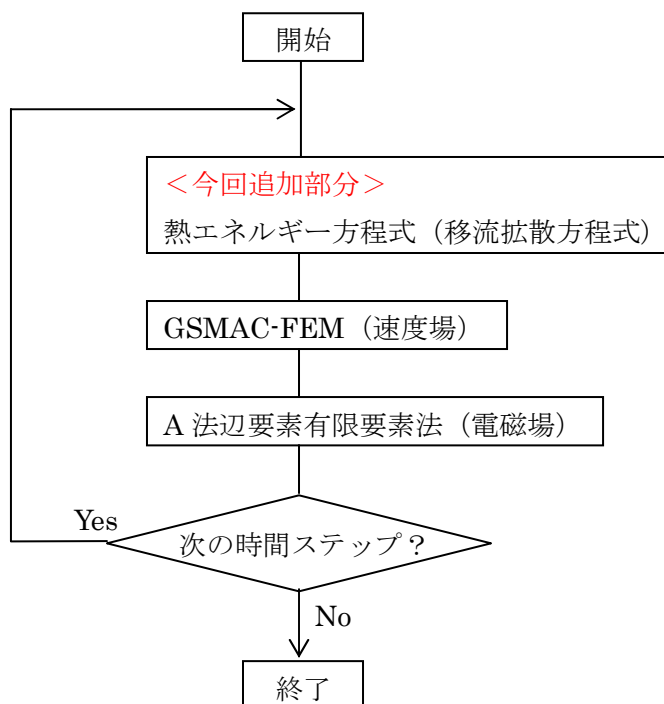
\mathbf{A} : ベクトルポテンシャル

である。

上で、 B_{ij} は BTD 項、 $F_i^{(\text{fric})}$ 、 $F_i^{(\text{Joule})}$ はそれぞれ、摩擦発熱項、ジュール発熱項である。 L_i は境界面積分項であり、境界に接するところでのみ考慮するが、今回扱った境界条件は断熱壁と等温壁であり、断熱壁ではこれは (温度の法線方向の傾きがゼロなので) ゼロとなり、等温壁では計算する (時間更新する) 必要がないので、今回この項に関しては何も処理を加えていない。

電位 ϕ については、電磁場計算スキームが A 法なので計算していないが、励磁コイルの設定により強制的に ϕ を与えた場合にのみ、計算に効いてくるものとした。実際にはこれによる寄与が大きいかもしれない。

今回の実装箇所を簡単に以下に示す。



2. 速度場計算式への浮力項の追加

速度場については、速度の予測子計算時に浮力項

$$\mathbf{F}_B = -\rho\beta(T - T_0)\mathbf{g}$$

を同様に離散化し付加した。ここで、

- ρ : 密度
- β : 体積膨張率
- T : 温度
- T_0 : 初期温度
- g : 重力加速度

である。

[計算ケース]

前回報告 (110602_MHDcavity 計算報告.doc) の計算ケースのうち、 $Ha=50$ 、 $Rem=100$ のものと基本的には同じ計算モデルとし、変更点は励磁コイルの設定を与えるようにしたことである。温度場の追加により新たに加わった条件と変更点のみを以下にまとめる。

MHD 領域上面で前回と同様に強制的に速度 U (下図参照) を与える場合 (ケース①) と、与えない場合 (ケース②) について計算した。また、強制速度 U を与える場合については、比較のため、熱連成しない温度場を考慮しない場合 (ケース①') についても計算した。これについては、前回報告の計算ケースとの違いは、励磁コイルを入れたという点のみである。

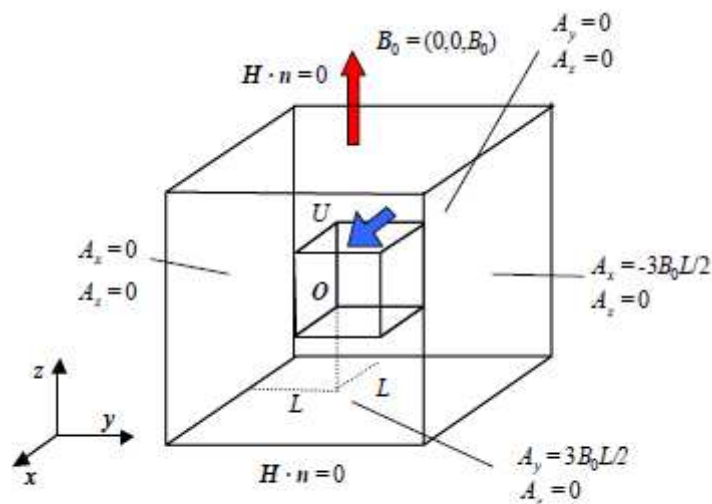


Fig.2 Analytical model

論文*)より転載

*)近藤陽介, 棚橋隆彦, “電磁場と速度場の相互作用を考慮した新しい電磁流体解析手法の構築”,
Transactions of JSCES, Paper No.20060018

1. 温度場追加に伴い新たに加わった物性値

体積膨張率 (MHD) $\beta = 3.17 \times 10^{-4}$ [1/K]

熱伝導率 (MHD) $k = 2.12$ [W/(m · K)]

定積比熱 (MHD) $c_v = 1.538 \times 10^3$ [J/(kg · K)]

2. MHD 領域境界における温度場の境界条件

Z 最大面 (垂直方向上面) で等温壁、それ以外の 5 面で断熱壁とした。

3. 温度初期値

すべての節点 (MHD 領域内) で、1200°Cとした。

4. 励磁コイルの設定

MHD 領域の X 最小面で電位 $\phi = 65.5$ [V]、X 最大面で電位 $\phi = 0$ [V]とし、その間では電位 ϕ の傾きが一定となるようにした。

・ 計算条件

計算ケース	MHD 領域 上面の強 制速度 U	台形公式 パラメータ θ	時間刻み Δt [sec]	ステップ 数	シミュレーション 時間 [sec]	計算時間
①	有	0.5	4.00E-03	7000	28	1 日と 18 時間
②	無	0.5	4.00E-03	35000	140	8 日と 23 時間

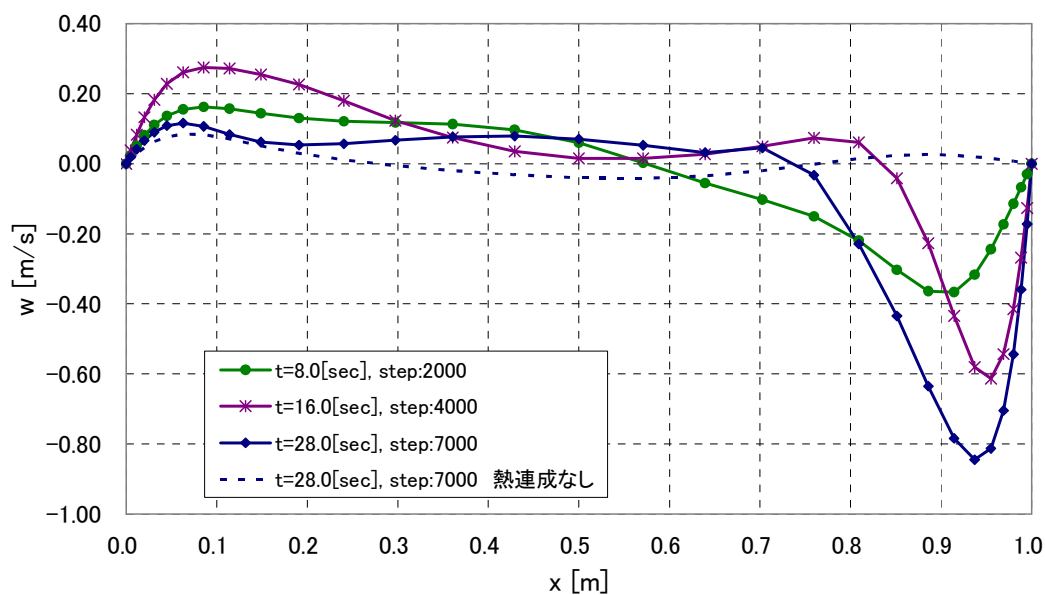
使用 PC のメモリ : 1GB

[計算結果]

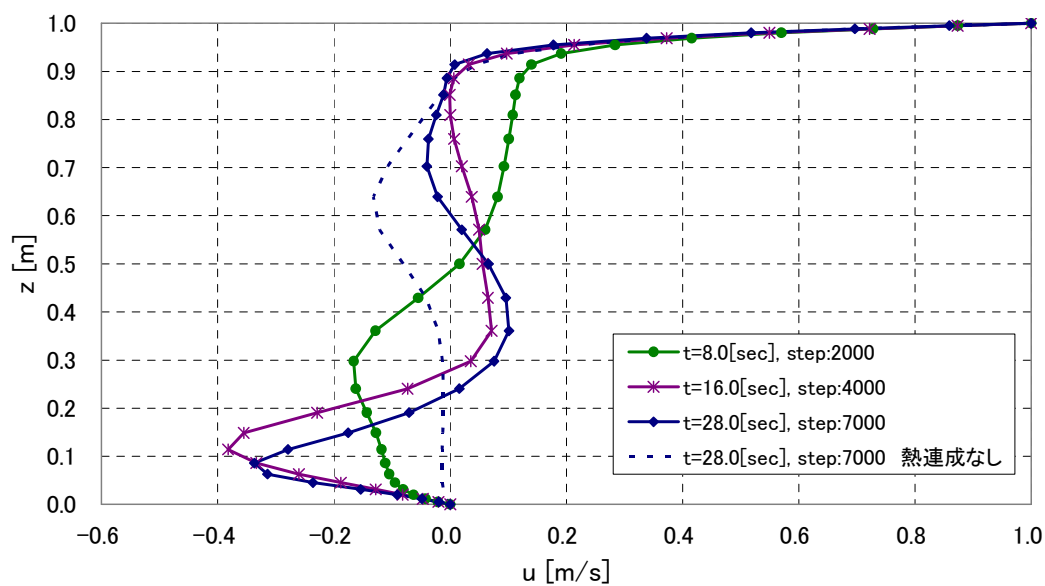
① 強制速度 U を与えた場合

1. 速度場

強制速度 U に平行した水平方向中心線上の速度 (w) 分布と、垂直方向中心線上の速度 (u) 分布を示す。



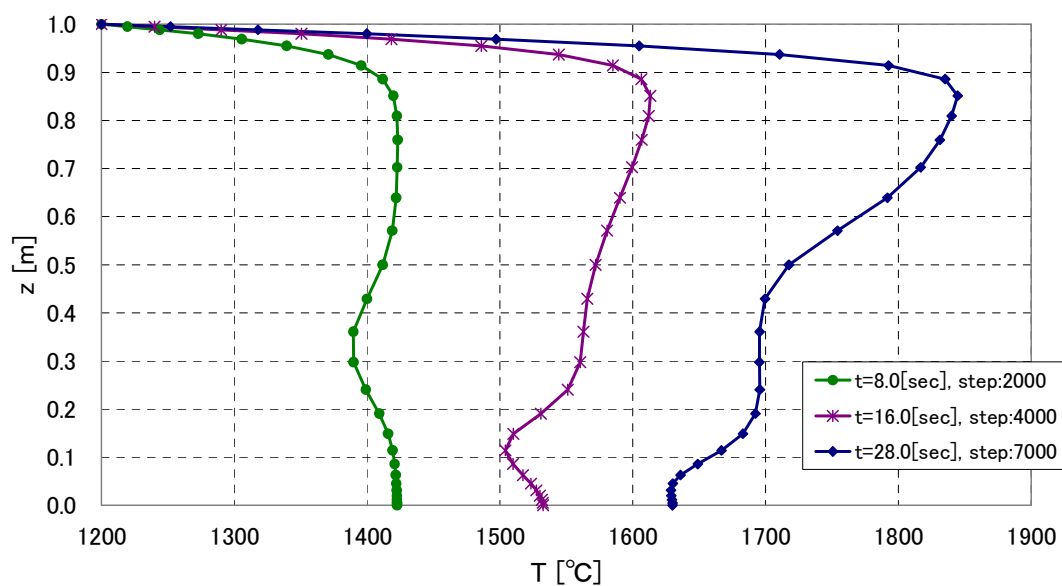
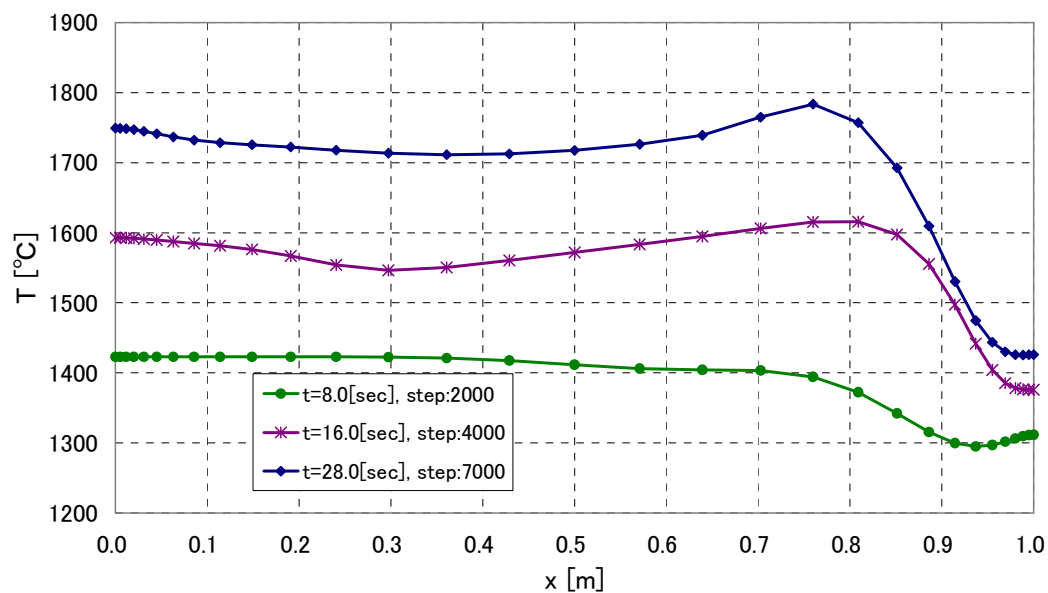
w velocity profiles along the horizontal center line



u velocity profiles along the vertical center line

2. 温度場

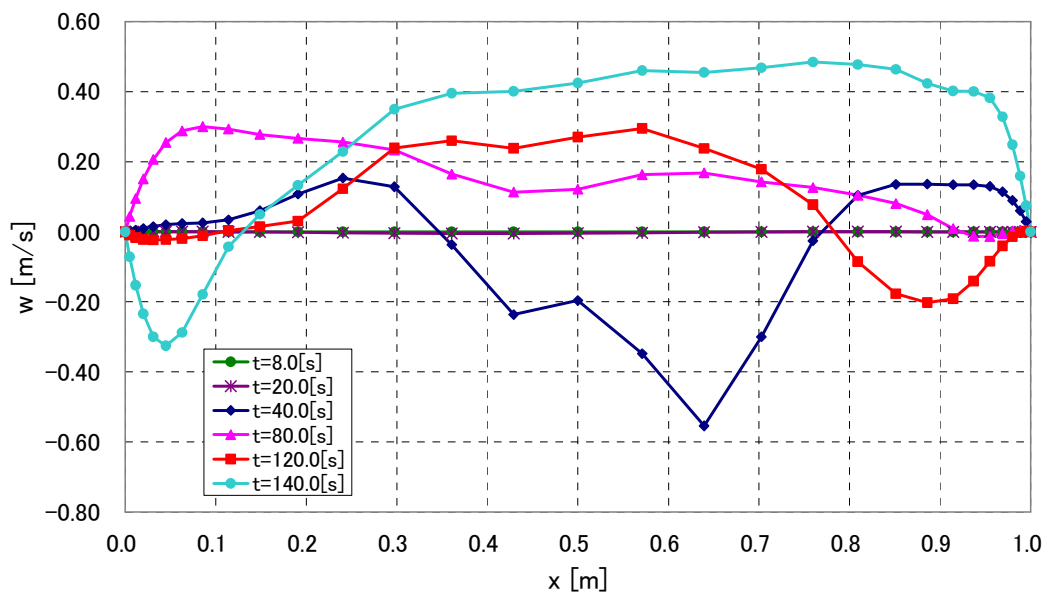
強制速度 U に平行した水平方向中心線上と、垂直方向中心線上の温度分布を示す。



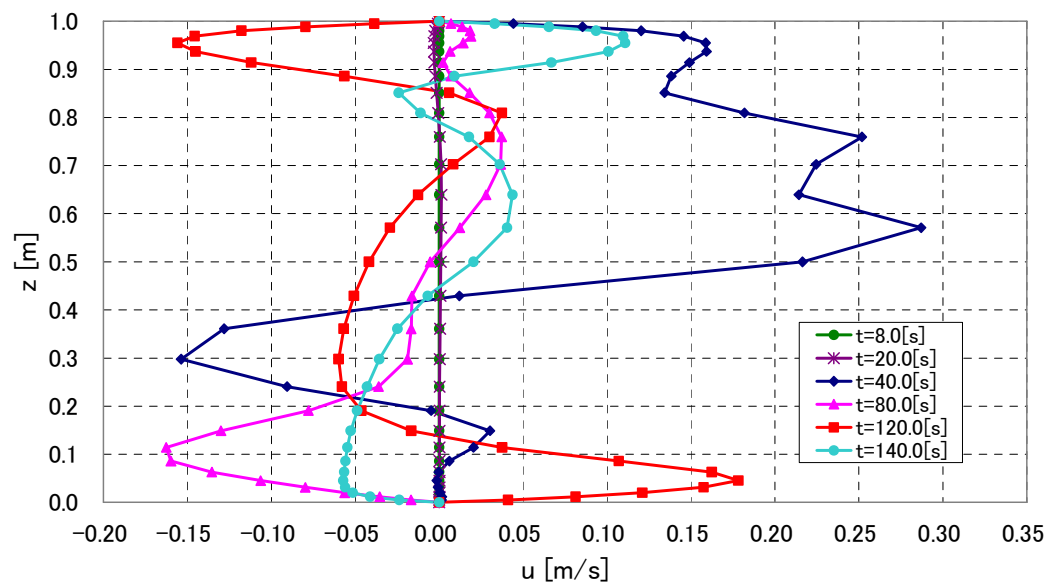
② 強制速度 U を与えない場合

1. 速度場

水平方向中心線上の速度 (w) 分布と、垂直方向中心線上の速度 (u) 分布を示す。



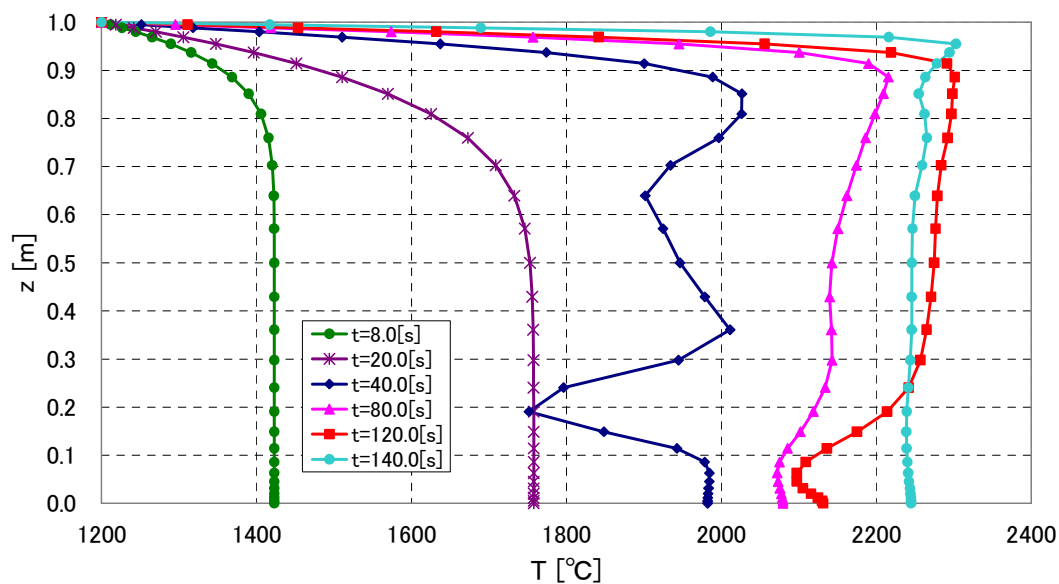
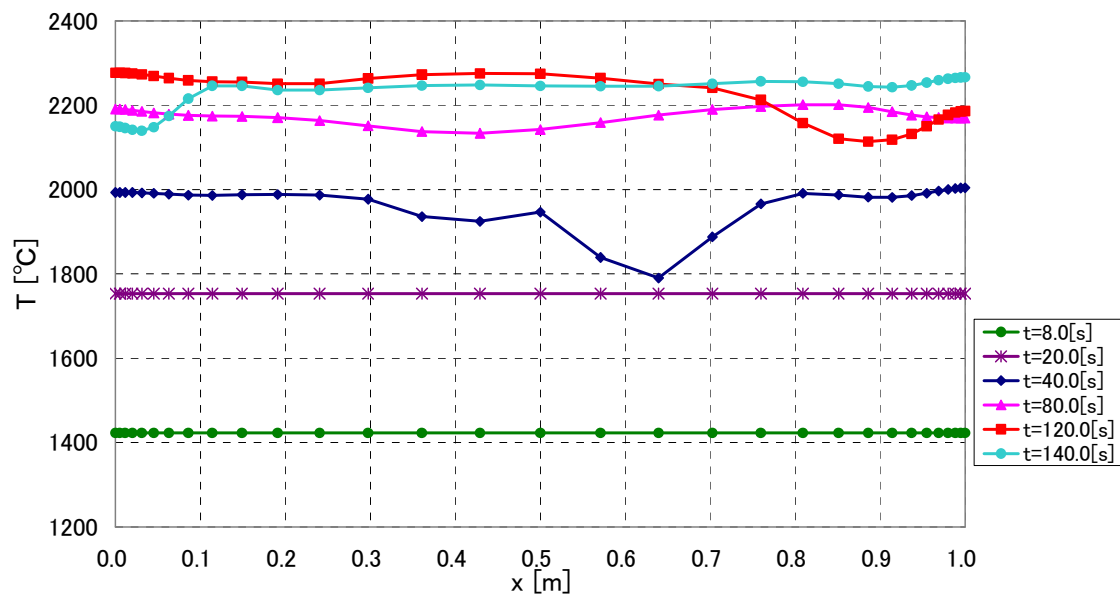
w velocity profiles along the horizontal center line



u velocity profiles along the vertical center line

2. 温度場

水平方向中心線上と、垂直方向中心線上の温度分布を示す。



[まとめ]

温度のグラフより、Z 最大面で常に 1200°C となっており、等温壁になっていることが確認できた。その他の境界面では、温度の境界面に対する法線方向の傾きがゼロになるような傾向が凡そ見られ、断熱壁らしくできていることが確認できた。ケース①より、時間を追って温度が上昇し、熱連成しない場合とは、大きく異なる速度場の計算結果が得られることが確認できた。

次に、ケース②として、強制速度 U を与えずに、すべて速度ゼロの状態から計算を始めた。グラフより、20[sec]までは比較的溫度場の分布が滑らかであるが、40[sec]以降で分布が大きく乱れていることが分かる。また、これを境にして、速度が飛躍的に大きくなっていることが分かる。最後の 2 つの時刻、120[sec]と 140[sec]の結果を比べると、温度と速度の高低の分布が、交互に変化している様子が見られる。

以上